

# Partitionnement d'un réseau de villes

Méthodes de la théorie des graphes



# Plan

---

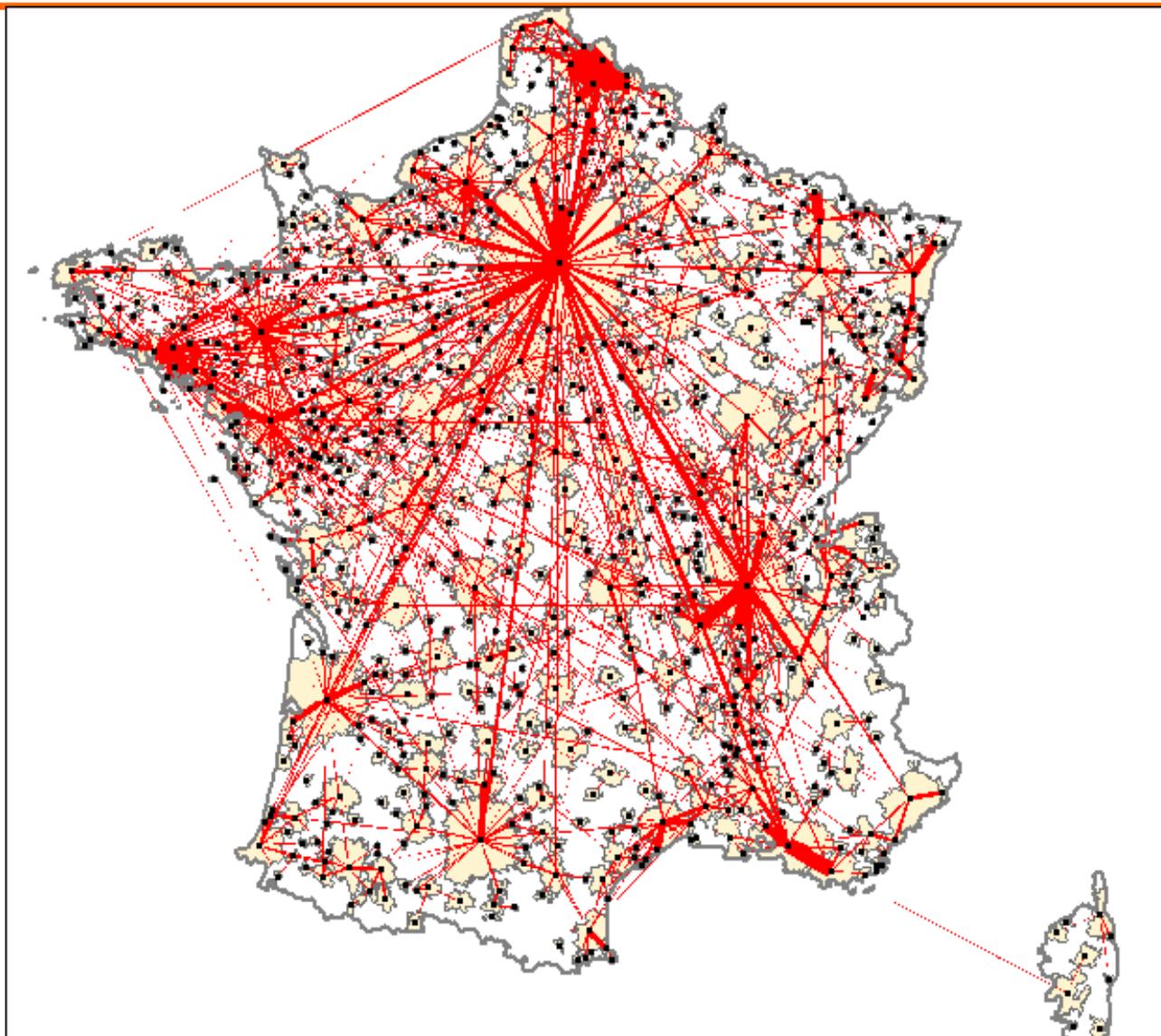
Problématique

Quelques définitions

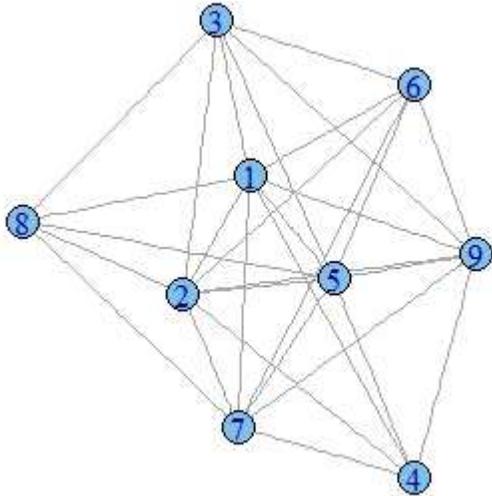
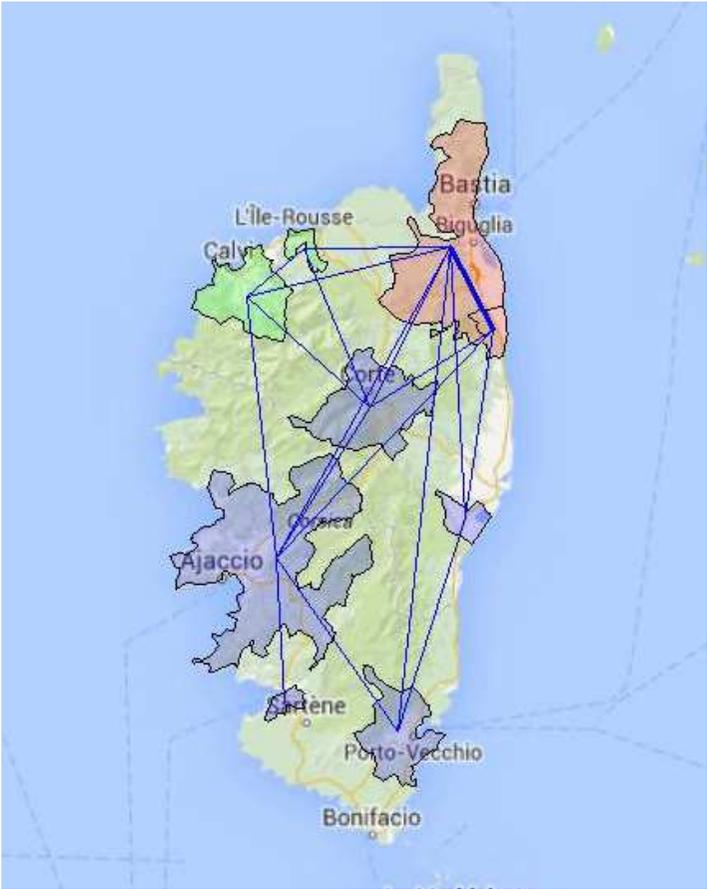
Le partitionnement de graphe

Résultats

# Problématique



# Quelques définitions:



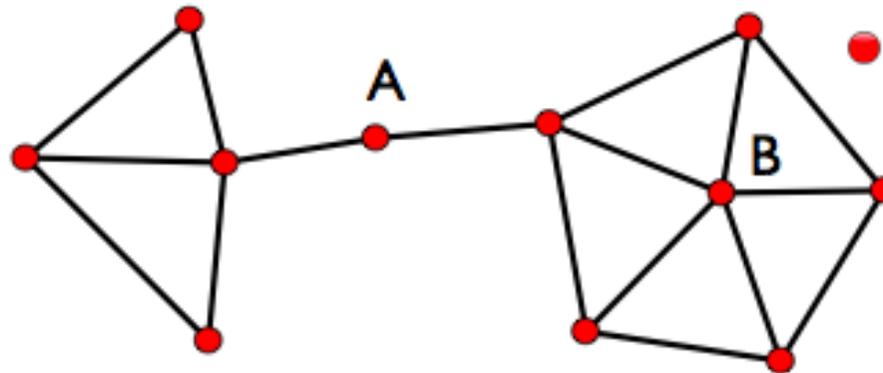
Aire urbaine	90	97	325	391	393	509	527	695	710
90	40860	96	50	16	91	12	6	51	14
97	111	34317	62	48	299	458	47	1	34
325	37	13	4732	0	9	0	0	4	6
391	12	48	0	3881	13	1	188	0	4
393	86	169	4	9	2861	8	7	2	5
509	15	967	6	0	20	1141	7	0	18
527	3	81	1	187	33	1	1881	2	0
695	64	4	8	0	3	0	0	1226	0
710	6	51	17	0	13	3	2	0	1034

# Quelques définitions: caractéristiques du graphe

---

**Degré** : C'est le nombre de liens à partir d'un sommet.

**La centralité d'intermédiarité** (betweenness centrality) mesure l'utilité d'un sommet dans la transmission de l'information au sein du réseau.



$$CI_A = \sum_{B=1}^n \sum_{C=1}^n \frac{g_{BAC}}{g_{BC}}$$

## Quelques définitions : La modularité

---

La **modularité** est une mesure de la qualité d'un partitionnement des nœuds d'un graphe, en communautés. Elle est basée sur l'idée intuitive que les réseaux aléatoires ne possèdent pas de structure communautaire.

$$Q(P) = \frac{1}{2m} \sum_{i,j \in V} \left( A_{ij} - \frac{d_i d_j}{2m} \right) \delta(C_i, C_j)$$

# Le partitionnement de graphe

---

Partitionner un graphe = repérer des sous réseaux denses et différenciés.

Plusieurs types d'approche:

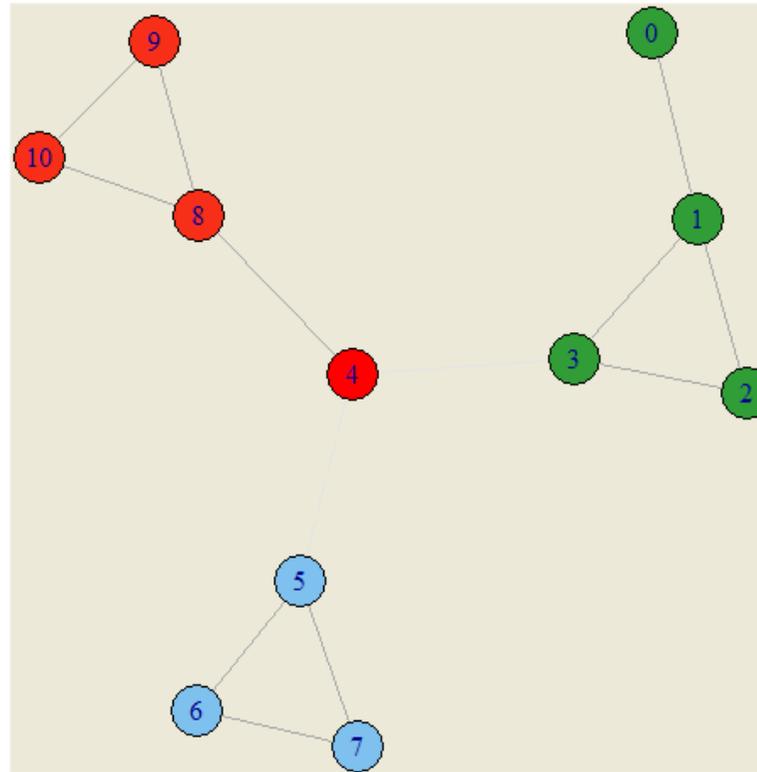
- L'approche classique
  - Clustering de données
  - ACP, CAH
- Les approches issues de la théorie des graphes
  - **L'approche séparative ou divisive**
    - L'algorithme de Girvan et Newman basé sur la centralité d'intermédierité
  - **L'approche agglomérative ou gloutonne**
    - L'algorithme d'optimisation de la modularité proposé par Newman
  - **L'approche utilisant la marche aléatoire...**
    - Markov Cluster Algorithm

# Le partitionnement de graphe

L'approche divisive supprime les arêtes de plus forte centralité d'intermédiarité de lien tant qu'il y a un gain de modularité.

Algorithme:

1. Calcul de la centralité d'intermédiarité de tous les liens
2. suppression du lien ayant la plus forte centralité
3. Re-calcul de la centralité
4. boucle sur 2



# Le partitionnement de graphe

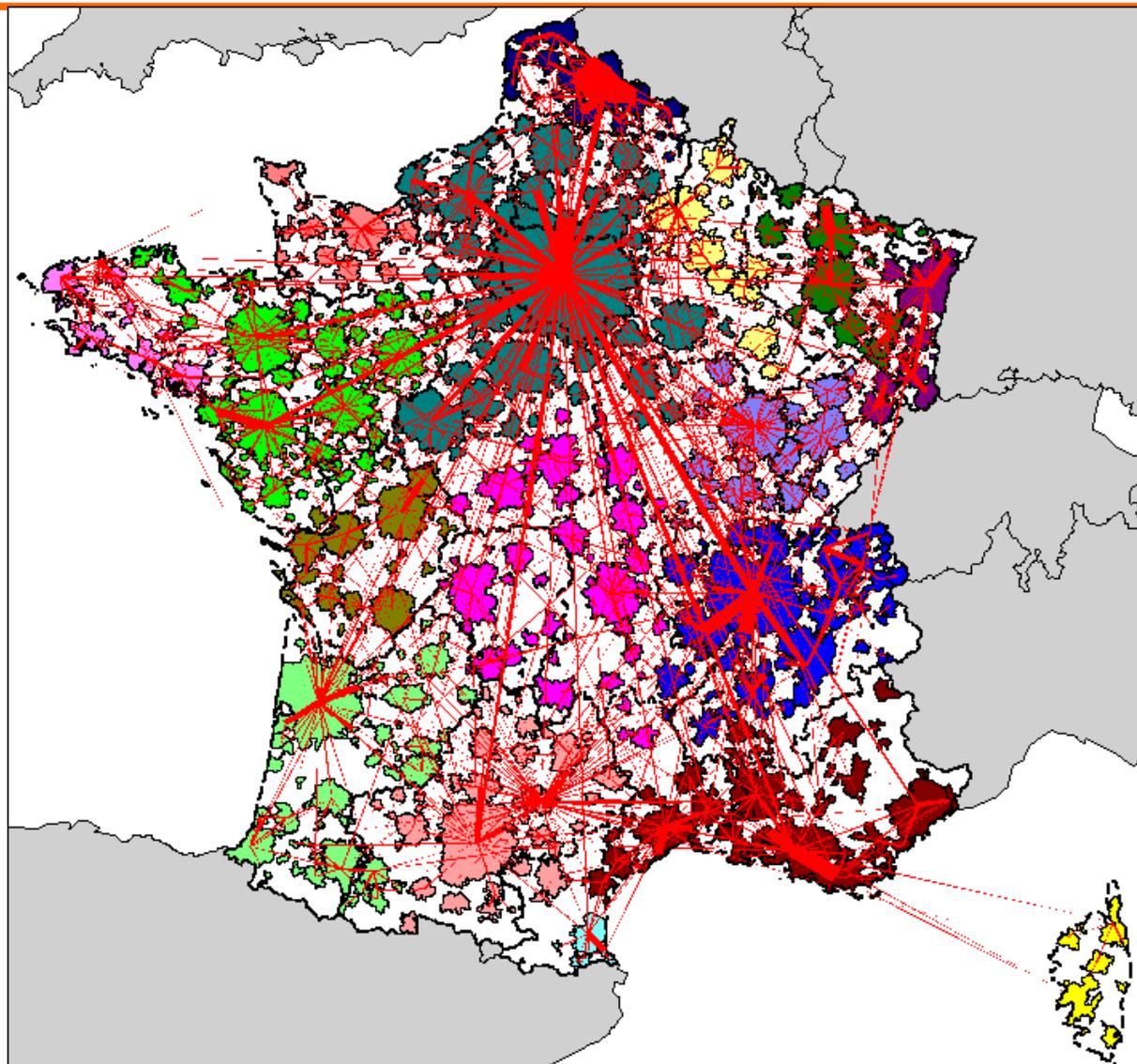
---

Au contraire, l'approche gloutonne fusionne de manière récursive les communautés permettant d'avoir la plus grande augmentation de la modularité.

Algorithme:

- 1- On part de  $n$  communautés atomiques.
  - 2- On calcule la modularité pour toutes les paires.
  - 3- On fusionne les paires qui accroissent le plus la modularité.
  - 4- Boucle sur 2 jusqu'à obtenir une seule communauté.
- On conserve le graphe qui a la modularité la plus élevée.

# Résultats : Partitionnement de la métropole

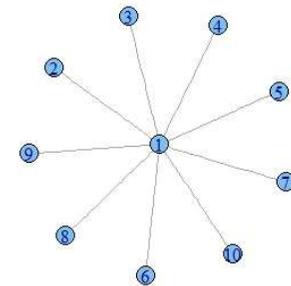
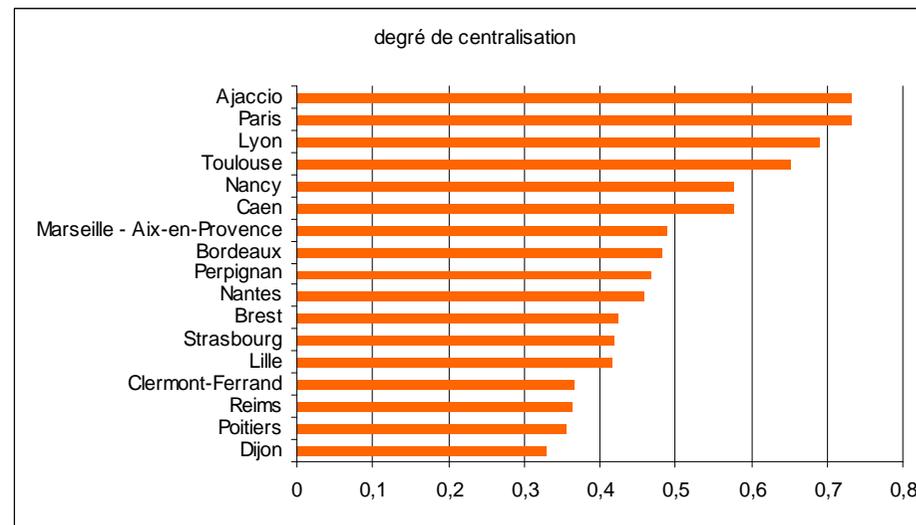
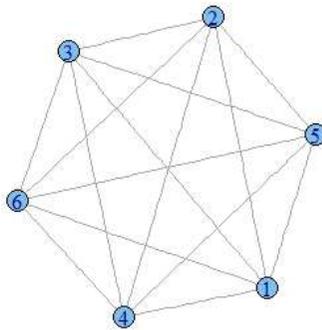


# Résultats: caractéristiques du réseau

## Degré de Centralisation

Cette mesure permet de déterminer la forme du réseau (mono ou polycentrique).

$$\text{Deg Centralisation} = \frac{\sum_{i=1}^n (D_i - D_{\max})}{(n-1)(n-2)}$$

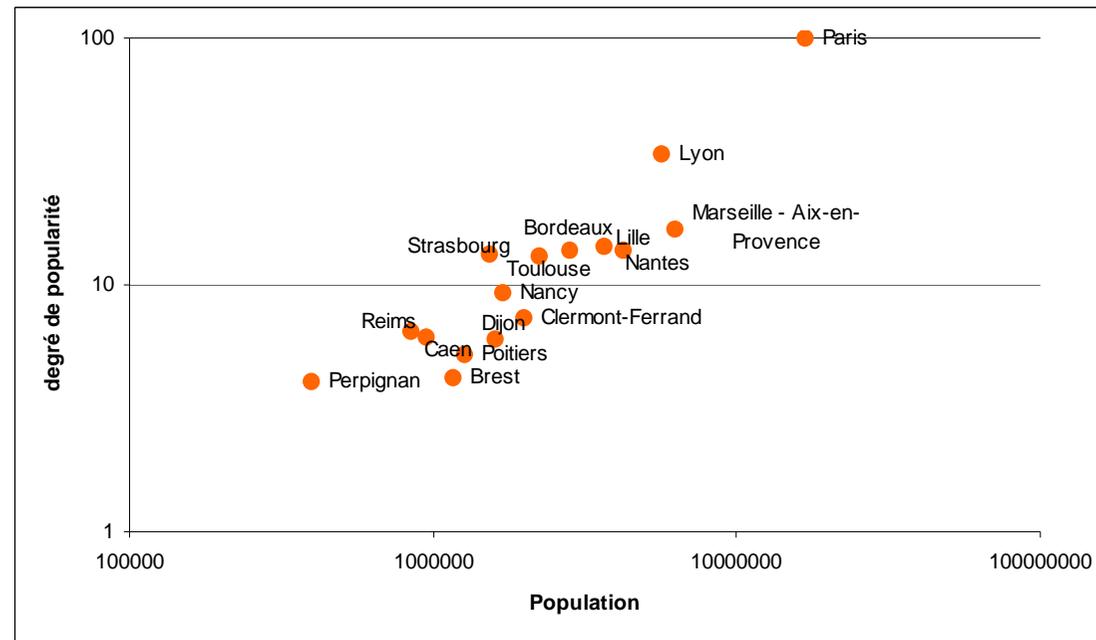


# Résultats: caractéristiques du réseau

**Popularité** : correspond pour un sommet à la somme de ses connections avec les autres sommets, pondérée par la popularité de ces sommets.

$$P(v) = \frac{1}{\lambda} \sum_{u \neq v} A(v, u) P(u)$$

qui peut s'écrire  $\lambda P = AP$



# Utilisation des flux pour partitionner le territoire.

**Merci de votre attention !**

