

# Un exemple d'application de la décomposition de la mesure de Gini aux inégalités par genre et par catégories socioprofessionnelles

Malik KOUBI(\*), Stéphane MUSSARD(\*\*), Françoise SEYTE(\*\*), Michel TERRAZA(\*\*)

(\*) DARES, Département Salaires, (\*\*) LAMETA, UFR Sciences Economiques, Montpellier I

## Introduction

Les travaux précurseurs de S-C Kolm (1966), Atkinson (1970) et Sen (1973) ont permis de fonder le domaine théorique de l'économie des inégalités. Theil (1967), Bourguignon (1979) et Shorrocks (1980) ont par la suite ouvert la voie à la construction des mesures d'inégalité vérifiant la propriété de décomposition en sous-populations. Theil introduit un nouvel indicateur d'inégalité de revenu dérivé par analogie de la seconde loi de thermodynamique, *la loi de l'Entropie*. Celle-ci mesure le désordre d'un système thermodynamique, en offrant la possibilité d'évaluer la contribution des inégalités intergroupes et intragroupes à l'inégalité totale. L'entropie est l'information espérée dans une distribution à laquelle est associée une probabilité. Theil effectue une transposition en remplaçant l'idée de probabilité par les parts de revenu de chaque sous-population calculées à partir du revenu total de la population mère. Parallèlement, Bhattacharya et Mahalanobis (1967) proposent la décomposition de l'indice de Gini appliquée à la consommation des ménages en Inde par région et désagrégée en population kurde et non kurde. Cette approche définit la contribution des inégalités intragroupes ( $I_w$ ) à l'inégalité totale comme un résidu, c'est-à-dire provenant de la différence entre l'inégalité totale ( $I$ ) et la contribution des inégalités intergroupes ( $I_b$ ) :  $I - I_b$ . A titre d'information, selon Theil,  $I_b$  est l'inégalité entre les moyennes de revenu des sous-populations, tandis que Bhattacharya et Mahalanobis ont introduit  $I_b$  comme une hypothèse de base, représentant l'indice de Gini entre les moyennes des revenus. La composante  $I_b$  ne pouvant représenter pertinemment la contribution de l'inégalité de revenu intergroupe à l'inégalité globale, Silber (1989) et Dagum (1997a, 1997b) présentent des coefficients de Gini désagrégés en contributions distinctes et définies de l'inégalité totale.

Nous proposons d'exposer et d'utiliser (1) la décomposition en sous-groupes de Dagum (1997a, 1997b) afin de mettre en évidence les inégalités par genre et par PCS en France entre 1976 et 2000 (2). Par exemple, en 2000, l'écart de salaire net annuel est de 11204 € pour deux hommes pris au hasard dans la population française (du secteur privé travaillant à temps complet) et de 9156 € pour deux femmes prises au hasard. La décomposition procure aussi des indicateurs évaluant le degré de chevauchement entre deux distributions. Par exemple, il existe depuis 1976, un rapprochement entre les distributions salariales masculines et féminines.

## 1. La décomposition de la mesure de Gini

### 1.1. Préambule

L'approche des inégalités par les indices est différente de celle utilisée par la modélisation des distributions de revenu qui tente d'adapter un modèle de nature économétrique aux revenus

observés. L'approche par les distributions autorise l'évaluation des inégalités en interprétant l'intensité et l'évolution des paramètres d'un modèle estimé, d'où l'appellation d'estimation paramétrique des disparités. Paréto (1896) est l'un des premiers à s'être intéressé à la répartition des revenus et particulièrement à la partie supérieure des distributions, représentant les hauts revenus, qu'il faudrait redistribuer. Ensuite, on recense les modèles de Champernowne (1952) et de Singh et Maddala (1976) jusqu'aux modèles de Dagum (1977) qui constituent de nos jours les modèles les plus robustes, et dont la spécification, issue des travaux de Paréto, puise dans une cohérence à la fois économique et économétrique.

De plus en plus, ces méthodes d'évaluation paramétrique ont laissé place à l'estimation non paramétrique des indicateurs d'inégalité, mesurant la concentration des inégalités de revenu observée dans une population. L'estimation par les indices permet d'expliquer une part importante des inégalités, notamment grâce à certaines propriétés (voir encadré), en minimisant la perte d'information.

### **Encadré 1 – Les axiomes caractérisant les mesures d'inégalité**

#### Le principe de transfert de Pigou-Dalton.

La propriété de transfert engendre la baisse d'un indice (diminution des inégalités au sein de la société) lorsqu'un individu riche reverse une partie de son revenu à une personne moins riche que lui. Inversement, l'indice augmente (caractérisant une augmentation des inégalités au sein de la société) quand un transfert est pratiqué d'une personne pauvre vers une personne riche.

#### Le principe de population de Dalton.

Le principe de population prévoit qu'un indice reste inchangé lorsque la population s'accroît de manière identique. Autrement dit, si chaque individu d'une population se retrouve avec une personne ayant le même revenu, les inégalités restent inchangées. Ce principe permet de comparer des distributions de tailles différentes.

#### La symétrie.

Cette propriété montre qu'un indice est invariant lorsque le rang de l'individu dans la population est modifié. Par exemple, si l'on mesure les inégalités dans une population considérée A où les revenus sont classés par ordre croissant, alors la même valeur doit être obtenue sur la même population lorsque les revenus sont classés par ordre décroissant. Ce principe permet de garantir l'anonymat des individus.

#### La normalisation.

Elle permet la comparaison d'indices d'inégalité devant être compris dans l'intervalle  $[0,1]$ . Si l'indice tend vers 0 les revenus sont répartis de manière égalitaire ; en revanche, si l'indicateur tend vers 1 la répartition est jugée inégalitaire.

Les mesures satisfaisant les quatre axiomes précédents sont appelées indices d'inégalité réguliers.

#### L'invariance relative.

La propriété d'invariance relative (homogénéité de degré zéro) stipule que lorsqu'une population voit ses revenus multipliés par un réel supérieur à zéro (par exemple par un déflateur) alors les inégalités restent inchangées<sup>1</sup>. Cette propriété est très utile puisqu'elle évite les conversions monétaires.

#### La décomposition en sous-groupes.

Supposons qu'une population soit définie par un ensemble de groupes, par exemple, les revenus des français par région et par sexe. Il est alors possible de mesurer les inégalités issues de chaque groupe (inégalités intragroupes) et les inégalités issues des disparités entre les groupes (inégalités intergroupes). La somme de ces deux indices est égale à la mesure d'inégalité calculée sur la population globale. Cette technique de décomposition introduite par Theil (1967) spécifie donc des déterminants précis des inégalités comme étant des contributions distinctes à l'explication de l'inégalité totale.

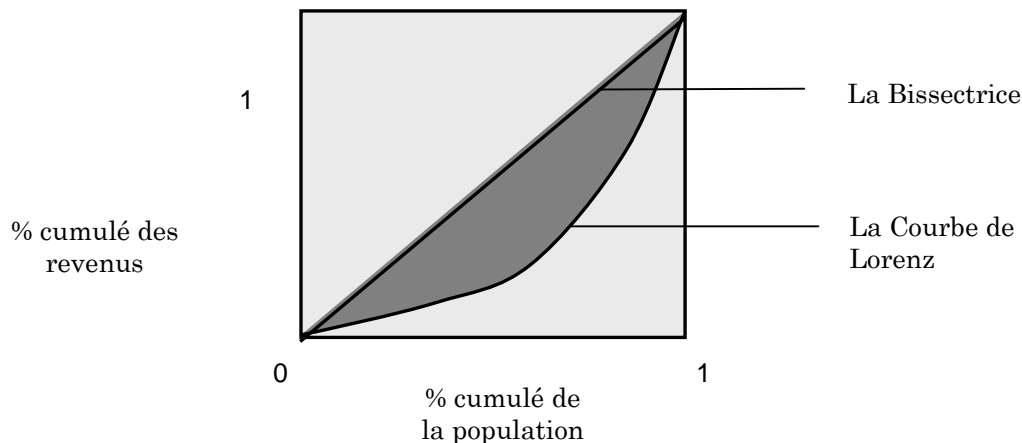
---

<sup>1</sup> Cette propriété suscite un intérêt particulier et controversé, car certaines mesures ne satisfont pas l'invariance relative mais l'invariance dite absolue. C'est-à-dire que les inégalités de revenu ne sont pas affectées lorsqu'on octroie la même somme à chaque individu. Mais la littérature montre que l'on abandonne de plus en plus ces deux axiomes pour des concepts intermédiaires.

## 1.2. La mesure de Gini et sa décomposition

L'indice de Gini (1914) provient du rapport entre la différence moyenne de Gini [cf. Gini (1912)] et deux fois la moyenne de la distribution. La différence moyenne de Gini mesure l'écart de revenu espéré entre deux individus tirés au hasard (avec remise) dans une population. En 1914, Gini montre aussi que son indice se calcule par rapport à la courbe de Lorenz (1905). Il mesure deux fois l'aire contenue entre la première bissectrice et la courbe:

Figure 1 : Le coefficient de Gini



L'indice de Gini est une mesure de concentration comprise dans l'intervalle  $[0,1]$ . Pourquoi utiliser la mesure décomposée de Gini? La mesure décomposée de l'entropie est traditionnellement privilégiée. Elle fait apparaître une mesure intragroupe, mesurant les inégalités à l'intérieur de chaque groupe, et une mesure intergroupe mesurant les inégalités moyennes entre les groupes. Comme le souligne Dagum (1997), les indices dont les éléments intergroupes sont uniquement fonction des moyennes des sous-groupes ne peuvent pas tenir compte des phénomènes d'asymétrie et de variance puisque tout se passe comme si les sous-groupes étaient normalement et également distribués, de même variance, et statistiquement indépendants. Pyatt (1976), puis Dagum (1998) montrent que la mesure de Gini possède au contraire un fondement microéconomique plus solide puisqu'elle est basée sur les comparaisons interpersonnelles de revenu. Partant de ce constat, Dagum (1997) approfondit cette idée et met en évidence une nouvelle mesure intergroupe, évaluant les différences de revenu entre les membres de deux différents groupes, ceci pour toutes les paires de groupes possibles [c. Rao (1969) pour un résultat analogue sous une forme quadratique]. Cette mesure est statistiquement valide puisqu'elle tient compte des phénomènes de variances et d'asymétrie entre les groupes.

Soit une population mère  $P$ , où prévalent  $n$  unités de revenu  $x_i$  ( $i=1, \dots, n$ ).  $P$  est partitionnée en  $k$  sous-populations  $P_j$  ( $j=1, \dots, k$ ) où  $P_j$  est de taille  $n_j$ , de fonction de répartition  $F_j(x)$  et de moyenne  $\mu_j$ . On note  $F(x)$  et  $\mu$ , respectivement, la fonction de répartition et la moyenne mesurées sur  $P$ . Afin de faire apparaître les revenus des  $k$  sous-populations, le vecteur de revenu sur  $P$  s'écrit :

$$((x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = (x_{11}, \dots, x_{1n_1}), \dots, (x_{j1}, \dots, x_{jn_j}), \dots, (x_{k1}, \dots, x_{kn_k})). \quad (1)$$

A partir du vecteur des revenus, le coefficient de Gini mesuré de manière globale sur  $P$  est donné par :

$$G = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^n |x_i - x_r|}{2n^2\mu}. \quad (2)$$

L'indice de Gini associé à la sous-population  $P_j$  est quant à lui donné par la formule suivante :

$$G_{jj} = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} \sum_{r=1}^{n_j} |x_i - x_r|}{2n_j^2 \mu_j} . \quad (3)$$

Il est intéressant de faire apparaître, ici, la différence moyenne des revenus  $\Delta_{jh}$  qui est une généralisation de la différence moyenne de Gini [Gini (1912)]. Elle représente la moyenne des différences de revenu des  $n_j \times n_h$  combinaisons binaires des individus appartenant à  $P_j$  et  $P_h$  :

$$\Delta_{jh} = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} \sum_{r=1}^{n_h} |x_{ji} - x_{hr}|}{n_j n_h} . \quad (4)$$

Mesurant la différence de revenu espérée entre un individu tiré au hasard de la sous-population  $j$  et un individu tiré au hasard de la sous-population  $h$ ,<sup>2</sup> la quantité  $\Delta_{jh}$  permet de définir le coefficient de Gini entre deux groupes [ $G_{jh}$ , Dagum (1987)] de la manière suivante :

$$G_{jh} = \frac{\Delta_{jh}}{\mu_j + \mu_h} , \quad \forall j, h = 1, \dots, k . \quad (5)$$

Lorsque les groupes  $P_j$  et  $P_h$  sont de même taille et distribués de manière identique, l'indice de Gini mesuré entre deux groupes n'est rien d'autre que l'indice de Gini intragroupe mesuré indifféremment sur  $P_j$  ou  $P_h$  :

$$G_{jj} = G_{hh} = \frac{\Delta_{jj}}{2\mu_j} , \quad j = h = 1, \dots, k . \quad (6)$$

Remarquons aussi que les indicateurs associés à deux groupes sont symétriques :

$$G_{jh} = G_{hj} \quad \text{et} \quad \Delta_{jh} = \Delta_{hj} . \quad (7)$$

La différence moyenne de Gini  $\Delta_{jh}$  mesurée entre les sous-populations  $P_j$  et  $P_h$  peut se réécrire à partir de deux concepts ayant une signification intuitive.

**Le premier est la distance directionnelle brute  $d_{jh}$ .** Il s'agit d'une moyenne pondérée des différences de revenu  $x_{ji} - x_{hr}$  pour chaque revenu  $x_{ji}$  d'un membre de  $P_j$  supérieur au revenu  $x_{hr}$  d'un membre de  $P_h$ , étant donné qu'en moyenne le groupe  $P_j$  est plus riche que le groupe  $P_h$ . La distance directionnelle brute se définit de la manière suivante :

$$d_{jh} = \int_0^{\infty} dF_j(x) \int_0^x (x-y) dF_h(y) , \quad \forall \mu_j > \mu_h . \quad (8)$$

**Le deuxième concept est le moment d'ordre 1 de transvariation  $p_{jh}$**  entre la  $j^{\text{ième}}$  et la  $h^{\text{ième}}$  sous-population avec  $\mu_j > \mu_h$ . Il s'agit de la moyenne pondérée des différences de revenu  $x_{hr} - x_{ji}$  pour chaque revenu  $x_{hr}$  d'un membre de  $P_h$  plus important que le revenu  $x_{ji}$  d'un membre de  $P_j$ . L'expression transvariation [Gini (1916), Dagum (1959, 1960, 1961)] désigne les différences de revenu qui sont de signe opposé à celui de la différence des moyennes des sous-groupes correspondants. Elle est donnée par :

$$p_{jh} = \int_0^{\infty} dF_h(x) \int_0^x (x-y) dF_j(y) , \quad \forall \mu_j > \mu_h . \quad (9)$$

<sup>2</sup> On retrouve un des aspects essentiels des travaux de Pyatt (1976) en rapport avec la théorie des jeux et le gain espéré que chaque individu peut gagner.

Ces deux concepts sont liés par la relation suivante :

$$d_{jh} + p_{jh} = \Delta_{jh} . \quad (10)$$

On démontre que lorsque deux distributions ne se chevauchent pas, le moment d'ordre 1 de transvariation est nul :  $p_{jh} = 0 \Rightarrow d_{jh} = \Delta_{jh}$ . Aussi, lorsque la distance économique brute est égale au moment d'ordre 1 de transvariation, les moyennes des deux distributions sont égales :  $p_{jh} = d_{jh} = \frac{1}{2} \Delta_{jh} \Rightarrow \mu_j = \mu_h$ .

Dagum (1997) conclut d'après les résultats précédents que :

$$0 \leq p_{jh} \leq \frac{1}{2} \Delta_{jh} \leq d_{jh} \leq \Delta_{jh} . \quad (11)$$

La distance économique brute et le moment d'ordre 1 de transvariation permettent de définir la *richesse économique nette* entre les sous-populations  $P_j$  et  $P_h$  comme la valeur de la différence  $d_{jh} - p_{jh} \forall \mu_j > \mu_h$ . Cette différence étant comprise entre 0 et 1, on peut normaliser la richesse économique nette, qui devient ainsi la *richesse économique relative* ou encore distance économique directionnelle.

**La richesse économique relative**  $D_{jh}$  (distance économique) entre les sous-populations  $P_j$  et  $P_h$  est le ratio entre la richesse économique nette et son maximum  $\Delta_{jh}$  :

$$D_{jh} = \frac{d_{jh} - p_{jh}}{\Delta_{jh}} = \frac{d_{jh} - p_{jh}}{d_{jh} + p_{jh}} \in [0,1] . \quad (12)$$

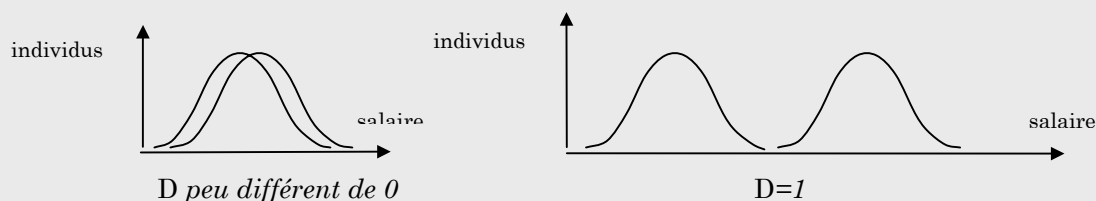
$D_{jh}$  est inclus dans l'intervalle fermé  $[0,1]$ . C'est un nombre sans dimension car  $d_{jh}$ ,  $p_{jh}$  et  $\Delta_{jh}$  ont la dimension du revenu. La richesse économique relative sépare les inégalités intergroupes en deux composantes :

- la contribution nette des inégalités de revenu entre les sous-populations  $P_j$  et  $P_h$ , obtenue par le produit  $G_{jh} \times D_{jh}$  ;
- et la contribution des intensités de transvariations entre  $P_j$  et  $P_h$ , obtenue par  $G_{jh} \times (1 - D_{jh})$ .

L'addition de ces deux produits mesure de manière brute les inégalités de revenu entre deux sous-populations  $P_j$  et  $P_h$ .

## Encadré 2 – Méthodologie : Les distances économiques

Le troisième élément de la décomposition  $G_t$  est construit à partir de la distance économique  $D$  (Dagum (1980)). Cette mesure normalisée, comparable dans le temps et invariante à toute application d'un déflateur quelconque, mesure l'importance du chevauchement entre deux distributions. Lorsque les distributions se chevauchent totalement, alors la distance se rapproche de 0, et inversement quand les distributions ne se chevauchent pas, la distance est égale à l'unité.



**Remarque :** L'étude de la décomposition de l'indice de Gini et des distances économiques est menée sur les salaires annuels perçus. Le salaire tient compte des heures travaillées au cours de l'année. Les inégalités mesurées intègrent donc les inégalités de temps de travail.

Considérons maintenant les interactions entre toutes les sous populations, prises deux à deux, intervenant dans la décompositions de l'indice de Gini.

La décomposition du coefficient de Gini, proposée par Dagum (1997), est séparable en trois éléments. Ce sont des contributions distinctes de l'inégalité globale mesurée sur la population mère  $P$ . Dagum (1997) montre que l'indice de Gini total calculé sur  $P$  s'écrit :

$$G = \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{h=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} \sum_{r=1}^{n_h} |x_{ji} - x_{hr}|}{2n^2\mu} . \quad (13)$$

Cette expression fait apparaître les différences de revenu intragroupes et intergroupes. Les caractéristiques des sous-groupes sont très importantes. Elles sont décisives quant à l'évaluation de la contribution de chaque groupe à l'inégalité totale. Ces spécificités sont notamment le pourcentage d'individus appartenant au groupe  $P_j$  ( $p_j$ ) et le pourcentage de revenus de  $P_j$  lié au revenu global de la population  $P$  ( $s_j$ ) :

$$p_j = \frac{n_j}{n}, \quad s_j = \frac{n_j \mu_j}{n \mu} . \quad (14)$$

D'après ces pondérations, l'indice de Gini calculé sur  $P$  devient :

$$G = p' \Phi s . \quad (15)$$

Dans cette équation,  $\Phi$  est une matrice symétrique ( $k \times k$ ) où les éléments sont les indices de Gini entre l'ensemble des paires de sous-populations  $P_j$  et  $P_h$  ( $G_{jh}$ ). Les éléments de  $\Phi$  situés sur la diagonale principale sont les indices de Gini associés aux groupes  $P_j$  ( $G_{jj}$ ,  $\forall j = 1, \dots, k$ ). Les vecteurs  $p$  et  $s$  sont les proportions de population et de revenu des  $k$  sous-populations (dont les éléments sont respectivement les  $p_j$  et  $s_j$ ). En développant l'équation, on met en évidence, les termes de la matrice  $\Phi$  :

$$G = \sum_{j=1}^k G_{jj} p_j s_j + \sum_{j=2}^k \sum_{h=1}^{j-1} G_{jh} (p_j s_h + p_h s_j) . \quad (16)$$

Deux sommes apparaissent. La première indique la contribution des inégalités à l'intérieur des  $k$  sous-groupes. La deuxième composante, la double somme, est la contribution des inégalités entre les  $C^2_k$  paires de sous-populations.

**Elle représente les inégalités intergroupes brutes :**

$$G_{gb} = G_{nb} + G_t = \sum_{j=2}^k \sum_{h=1}^{j-1} G_{jh} (p_j s_h + p_h s_j) . \quad (17)$$

Comparées aux inégalités moyennes entre les groupes, les inégalités intergroupes brutes offrent davantage d'informations puisqu'elles mettent en évidence les différences de revenu entre chaque paire de groupes. Ensuite, en multipliant la contribution des inégalités intergroupes par  $D_{jh}$  puis par  $1-D_{jh}$  (soit au total par 1), nous pouvons distinguer les inégalités intergroupes nettes [ $G_{nb}$ ] des inégalités intergroupes de transvariation [ $G_t$ ] :

$$G = \sum_{j=1}^k G_{jj} p_j s_j + \sum_{j=2}^k \sum_{h=1}^{j-1} G_{jh} D_{jh} (p_j s_h + p_h s_j) + \sum_{j=2}^k \sum_{h=1}^{j-1} G_{jh} (1-D_{jh}) (p_j s_h + p_h s_j) . \quad (18)$$

**La contribution des inégalités de revenu inhérentes à l'intensité de la transvariation,**

$$G_t = \sum_{j=2}^k \sum_{h=1}^{j-1} G_{jh} (1-D_{jh}) (p_j s_h + p_h s_j) , \quad (19)$$

mesure le poids des inégalités intergroupes issues du chevauchement entre les distributions. Il s'agit d'inégalités particulières. Le chevauchement signifie que certains individus de la distribution la plus pauvre possèdent des revenus supérieurs aux personnes de la distribution la plus riche. L'intensité de la transvariation permet de mettre en évidence les inégalités générées par les hauts revenus des sous-populations les plus pauvres. A contrario, il est possible de mesurer les disparités provenant des revenus élevés des sous-populations riches.

**La contribution nette des inégalités intergroupes à l'inégalité totale est :**

$$G_{nb} = \sum_{j=2}^k \sum_{h=1}^{j-1} G_{jh} D_{jh} (p_j s_h + p_h s_j). \quad (20)$$

Il s'agit des inégalités entre les  $k$  sous-populations dont les revenus sont issus de la partie de non-chevauchement entre les distributions. Il s'agit aussi des inégalités moyennes entre les groupes puisque :  $\mu_j = \mu_h (\forall j, h = 1, \dots, k) \Rightarrow G_{nb} = 0$ . Le dernier élément de la décomposition est la contribution des inégalités intragroupes à l'inégalité totale :

$$G_w = \sum_{j=1}^k G_{jj} p_j s_j. \quad (21)$$

Il s'agit d'une simple moyenne pondérée des indicateurs de Gini associés aux groupes  $P_j$ .

Les trois contributions de l'inégalité globale permettent d'introduire l'équation fondamentale de la décomposition de l'indicateur de Gini,

$$\boxed{G = G_w + G_{nb} + G_t}, \quad (22)$$

où :

- $G_w$  est la contribution des inégalités à l'intérieur des sous-populations ;
- $G_{nb}$  est la contribution nette des inégalités entre les sous-populations ;
- et  $G_t$  l'inégalité inhérente à l'intensité de transvariation entre les sous-populations.

Les inégalités sont donc partagées en contributions intragroupes et intergroupes. La partie intergroupe est conditionnée par le comportement des distributions. Pour des distributions de même moyenne, la composante intergroupe est uniquement constituée des transvariations intergroupes :

$$G_{nb} = 0, G_w = \sum_{j=1}^k G_{jj} p_j^2, G_t = 2 \sum_{j=2}^k \sum_{h=1}^{j-1} G_{jh} p_j p_h \text{ssi } \mu_1 = \dots = \mu_k = \mu. \quad (23)$$

Si les distributions sont également distribuées, on a :

$$D_{jh} = 0, G_{nb} = 0, G_{jh} = G_{jj} = G = G_w = G_{nb} = G_t = 0. \quad (24)$$

Si les distributions sont indépendantes et identiquement distribuées (*i.i.d.*), de même taille ( $n/k$ ) et de même moyenne ( $\mu$ ) :  $G_w = 1/kG$  ;  $G_t = (1-1/k)G$  ; et  $G_{nb} = 0$ . En revanche, si les  $k$  distributions ne se chevauchent pas alors les distances économiques entre chaque groupe sont égales à l'unité :

$$D_{jh} = 1 \Leftrightarrow G_t = 0 (\forall j, h = 1, \dots, k). \quad (25)$$

Contrairement à d'autres indicateurs, comme certains cas particuliers de la famille de l'entropie généralisée, les trois éléments de la décomposition ne sont pas indépendants. Examinons quelques cas extrêmes pour mieux cerner la signification des différents termes de la décomposition.

- $G_w = 0$ . Les individus de chaque groupe possèdent le même salaire. Les salaires à l'intérieur des groupes sont donc répartis de manière égalitaire. Dans ce cas, si les salaires moyens des différents groupes sont différents, alors  $G_t = 0$ . La distance économique entre chaque paire de groupe est maximale :  $D = 1$ . En effet, les hauts salaires des groupes pauvres ne peuvent pas créer d'écarts avec les bas salaires des groupes riches : il n'y a pas de chevauchements entre les

distributions. Par conséquent, les inégalités sont uniquement imputables aux inégalités entre les groupes :  $G = G_b$ . Dans ce cas, si  $G_t$  augmente alors  $G_w$  augmente, montrant l'interdépendance des éléments.

- $G_b = 0$ . Les salaires moyens des différents groupes sont égaux. L'inégalité totale est donc influencée à la fois par les inégalités à l'intérieur des groupes et par les inégalités inhérentes aux chevauchements entre les distributions :  $G = G_w + G_t$ .
- $G_t = 0$ . Il n'y a pas de chevauchement entre les distributions. L'inégalité globale est déterminée par :  $G = G_w + G_b$ .

En définitive, la décomposition du coefficient de Gini permet de mettre en évidence les groupes générateurs d'inégalité et de savoir dans quelles mesures ils s'éloignent des autres sous-populations dans le souci d'atteindre une répartition plus égalitaire des revenus, préalable nécessaire à la redistribution entre les groupes.

## 2. Un exemple d'application : les disparités salariales par genre et par PCS

De 1976 à 2000, les inégalités de rémunération nette annuelle mesurées par l'indice de Gini ont baissé de 8%. L'indice de Gini global est, en effet, passé de 0,322 à 0,296 (cf. tableau 1). Cette diminution globale, qui masque des disparités dans chaque groupe et entre les différentes composantes, est étudiée sur des salaires particuliers.

### 2.1. Données, champs et concepts de salaire utilisés

L'étude de la décomposition de l'indice de Gini et des distances économiques est menée sur les salaires annuels perçus. Cette définition du salaire tient compte des heures travaillées au cours de l'année. Les inégalités mesurées intègrent donc les inégalités inhérentes au temps de travail. Les salariés du secteur privé, à travers les déclarations annuelles de données sociales (DADS), sont analysés sur la période allant de 1976 à 2000<sup>3</sup>. La principale variable observée pour chaque salarié est son salaire net imposable. On connaît, en outre, la durée de paie, ainsi que diverses variables liées au poste occupé (condition d'emploi<sup>4</sup>, profession et catégorie socioprofessionnelle) et au salarié (âge, sexe). Le salaire déclaré dans les DADS étant un salaire net imposable, le salaire brut et les autres concepts de salaire sont recalculés en appliquant les taux de cotisation légaux au salaire net imposable. Le salaire brut, cadre légal d'application des mesures de politiques économiques, sera la notion généralement retenue dans la suite. Outre ces différents concepts de salaire qui se justifient d'un point de vue réglementaire, il convient encore de faire une distinction d'ordre économique entre le salaire perçu et salaire annualisé. Le salaire perçu est la somme des salaires effectivement reçus par un salarié dans l'année. Le salaire annualisé est le salaire que le salarié aurait perçu s'il avait travaillé toute l'année au même taux de salaire journalier. Ces deux notions de salaire diffèrent pour les salariés n'ayant travaillé qu'une partie de l'année et leur étude en parallèle permet d'intégrer ou non les différences de durée de paie annuelles existant entre les salariés.

### 2.2. La décomposition par genre : une structure complexe des inégalités salariales

Le marché du travail se caractérise, depuis 1976, par une lente décroissance des inégalités à l'intérieur des groupes. La mesure intragroupe  $G_w$ , regroupant les inégalités masculines et

---

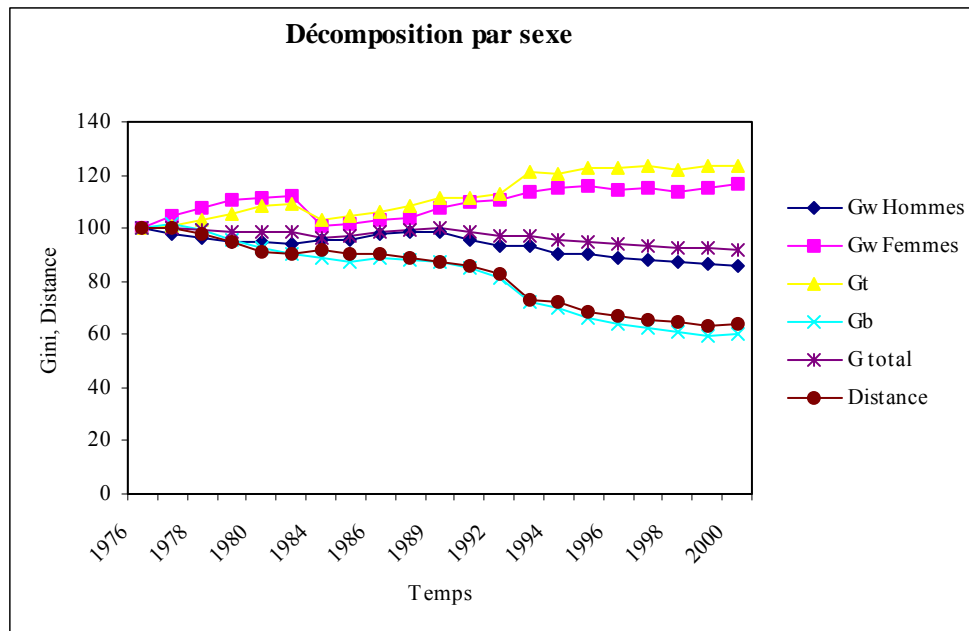
<sup>3</sup> Mises à part trois années manquantes 1981, 1983 et 1990 qui n'ont pas été collectées en raison du recensement. L'année 1993 a été incluse dans l'analyse, même si une rupture de tendance est notable à cette date, notamment en raison du nouveau mode de collecte introduit à cette date.

<sup>4</sup> On distinguera seulement les salariés à temps plein et les salariés non à temps plein. Un certain nombre de filtrages a été effectué, afin d'éliminer les bas salaires qui prêtent à confusion.



féminines, a diminué, passant de 0,1821 à 0,1642 entre 1976 et 2000 (cf. graphique 1). Pourtant chaque groupe ne connaît pas nécessairement cette même tendance. Les inégalités entre les hommes sont de moins en moins importantes alors que celles qui existent entre les femmes sont en forte augmentation. Elles sont passées de 8,25% de l'inégalité globale en 1976 à 10,4% en 2000.

**Graphique 1 : Evolution des indices de Gini par sexe entre 1976 et 2000**



\* Source : Déclaration annuelle de données sociales : salariés à temps plein du secteur privé

\*\* Graphique en base 100 de l'année 1976

La distance économique entre les sexes connaît une forte diminution entre 1976 et 2000 (cf. « Distance » graphique 1). Elle évolue, en effet, de 0,45 en 1976 à 0,29 en 2000. Cela signifie, *ceteris paribus*, que l'estimation de l'année nécessaire à un chevauchement parfait entre les distributions féminines et masculines est l'année 2065.

La part des inégalités intergroupes brutes  $G_{gb}$  a légèrement augmenté (cf. tableau 1). Celle-ci est passée de 43,5% de l'inégalité totale en 1976 à 44,6% en 2000.

**Tableau 1 : Indices de Gini par sexe en 1976 et 2000**

Mesures	1976	2000
<b>Gini total (G)</b>	0,3221	0,2962
$G_w$	0,1821 (56,54)	0,1642 (55,44)
$G_b$	0,0642 (19,93)	0,0386 (13,03)
$G_t$	0,0758 (23,53)	0,0934 (31,53)
$G_{gb} = G_b + G_t$	0,14 (43,46)	0,1320 (44,56)

\* Les valeurs entre parenthèses sont les contributions des éléments à l'inégalité totale G

\*\* Source : Déclaration annuelle de données sociales : salariés à temps plein du secteur privé

La structure complexe des inégalités s'explique par une chute des inégalités intergroupes nettes ( $G_b$ ) de 39,8% et en même temps par une augmentation de 23,2% des inégalités inhérentes au chevauchement ( $G_t$ ) des distributions. Cette intensité de transvariation, c'est-à-dire les inégalités de chevauchement, montrent que les femmes les mieux loties engendrent de plus en plus d'écart de salaire avec les faibles salaires masculins. Néanmoins,  $G_t$  n'est pas indépendant de  $G_w$ . L'augmentation des inégalités de chevauchement est aussi due au fait que les inégalités entre les femmes augmentent et que les inégalités entre les hommes diminuent.

### 2.3. La décomposition par profession et catégorie socioprofessionnelle (PCS)

La décomposition en professions et catégories socioprofessionnelles (cadres et chefs d'entreprises, professions intermédiaires, employés, et ouvriers) indique que les inégalités intragroupes sont faibles. Elles diminuent de 29,83% en 1976 à 19,49% en 2000. Cette diminution est due aux contributions des employés et des ouvriers qui représentent respectivement 43,11% et 66,34% de l'inégalité globale. Toutefois, on note que la contribution des cadres à l'inégalité totale est multipliée par 9 entre 1976 et 2000, et que celle des professions intermédiaires augmente de 54,3%.

Les cadres participent pour une faible part à l'inégalité totale en 1976 (0,32%) contre 3,19% en 2000. Cette forte augmentation des inégalités intragroupes des cadres inclut toutefois un effet imputable à la croissance du nombre de cadres et chefs d'entreprise (passant de 9% de la population salariée à temps complet en 1976 contre 26% en 2000).

Les inégalités intergroupes brutes sont en forte progression, passant de 70,17% de l'inégalité totale en 1976 à 80,51% en 2000 (voir tableau 2). On peut attribuer cette augmentation aux inégalités de non-chevauchement entre les groupes (ou inégalités moyennes entre les groupes ( $G_b$ )) dont la contribution à l'inégalité globale passe de 41,59% à 58,8%. A contrario, les distributions des PCS se chevauchent de moins en moins. Les inégalités de transvariation entre les distributions (cf. la diminution de  $G_t$ , graphique 2) passent en effet de 28,58% à 21,71% de l'inégalité totale.

Certaines différences salariales sont particulièrement importantes. Par exemple, entre les cadres et les employés, la distance économique signale une forte valeur (0,93) qui est restée stable dans le temps. D'autres distances ont progressé comme celles qui mesurent l'éloignement entre les cadres et les ouvriers, passant de 0,88 à 0,94 entre 1976 et 2000.

**Tableau 2 : Indices de Gini par PCS en 1976 et 2000**

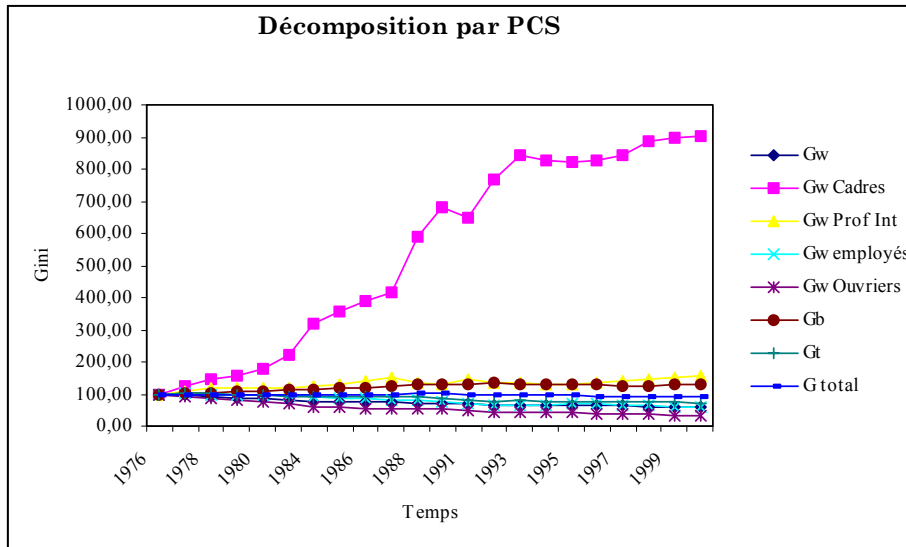
Mesures	1976	2000
<b>Gini total (<math>G</math>)</b>	0,3222	0,2961
$G_w$	0,0961 (29,83)	0,0577 (19,49)
$G_b$	0,1340 (41,59)	0,1741 (58,80)
$G_t$	0,0921 (28,58)	0,0643 (21,71)
$G_{gb} = G_b + G_t$	0,2261 (70,17)	0,2384 (80,51)

\* Les valeurs entre parenthèses sont les contributions des éléments à l'inégalité totale G

\*\* Source : Déclaration annuelle de données sociales : salariés à temps plein du secteur privé

Le graphique 2 montre l'évolution des parts d'inégalité totale induites par chaque groupe. Celles des ouvriers et des employés ont diminué respectivement de 63,4% et 38,1%. En 2000, les employés contribuent à hauteur de 3,11% de l'inégalité globale et les professions intermédiaires à hauteur de 5,39%. Le groupe des professions intermédiaires compte également pour une part décroissante de l'inégalité totale.

**Graphique 2 : Evolution des indices de Gini par PCS entre 1976 et 2000**



\* Prof Int = Professions Intermédiaires

\*\* Source : Déclaration annuelle de données sociales : salariés à temps plein du secteur privé

\*\*\* Graphique en base 100 de l'année 1976

## Conclusion

La décomposition de l'indice de Gini s'avère un outil puissant pour analyser les disparités salariales. Cette méthode particulière est appréciable car elle procure une mesure intergroupe brute qui tient compte des phénomènes de variance et d'asymétrie entre les groupes, ce qui n'est pas le cas pour la plupart des mesures rencontrées dans la littérature, comme l'entropie généralisée. De plus, cette mesure intergroupe brute permet d'évaluer les inégalités de chevauchement entre les distributions (inégalités désirables) et les inégalités de non-chevauchement que l'on peut associer aux inégalités moyennes entre les groupes (inégalités non désirables).

Par conséquent, l'étude des inégalités intergroupes devient plus complexe. On constate par exemple que les inégalités salariales brutes entre les hommes et les femmes diminuent légèrement (à hauteur de 5,76% entre 1976 et 2000). Pourtant, les inégalités de transvariation augmentent (23,2%) et les inégalités moyennes baissent considérablement (39,96%).

Les inégalités intragroupes sont mouvantes. Les salaires annuels féminins deviennent plus inégalitaires, se rapprochant de plus en plus des inégalités masculines alors que les disparités salariales masculines sont en baisse. En effet, la contribution des inégalités masculines diminue de 14,27% alors que la contribution des inégalités féminines augmente de 16,6%. D'autre part, en moyenne, les inégalités à l'intérieur des différentes professions et catégories socioprofessionnelles diminuent ( $G_w$  baisse en effet de 39,96%). Néanmoins, la contribution des cadres à l'inégalité totale est multipliée par 9 entre 1976 et 2000, et la contribution des professions intermédiaires augmente de 54,3%. Seules les contributions des employés et des ouvriers baissent respectivement de 43,11% et de 66,34%.

Le marché des salariés à temps complet génère donc des pôles de plus en plus distants les uns des autres, à l'intérieur desquels les inégalités s'amenuisent pour les groupes les plus pauvres alors qu'elles augmentent pour les groupes les plus riches.

## Bibliographie

- [1] Atkinson A., « On the Measurement of Inequality », *Journal of Economic Theory*, vol 55, pp 244-263, 1970.
- [2] Bourguignon F., « Decomposable Inequality Measures », *Econometrica*, vol 47, pp 901-920, 1979.
- [3] Champernowne G., « The Graduation of Income Distribution », *Econometrica*, vol 20(4), pp 591-615, 1952.
- [4] Cowell F. A., « Generalized Entropy and the Measurement of Distributional Change », *European Economics Review*, vol 13, pp 147-159, 1980.
- [5] Dagum C., *Transvariazione fra più di due distribuzioni*, In : Gini, C.(ed.) *Memorie di metodologia statistica*, Vol II, Libreria Goliardica, Roma, 1959.
- [6] Dagum C., « Teoria de la transvariacion, sus aplicaciones a la economia », *Metron*, vol XX, pp 1-206, 1960.
- [7] Dagum C., « Transvariacion en la hipotesis de variables aleatorias normales multidimensionales », *Proceedings of the International Statistical Institute*, vol. 38, Book 4, pp 473-486, 1961, Tokyo.
- [8] Dagum C., « Inequality Measures Between Income Distributions with Applications », *Econometrica*, vol 48(7), pp 1791-1803, 1980.
- [9] Dagum C., « A New Model of Personal Income Distribution : Specification and Estimation », *Economie Appliquée*, Tome XXX(3), pp 413-436, 1977.
- [10] Dagum C., « Measuring the Economic Affluence Between Populations of Income Receivers », *Journal of Business and Economic Statistics*, vol 5(1), pp 5-12, 1987.
- [11] Dagum C., « A New Approach to the Decomposition of the Gini Income Inequality Ratio », *Empirical Economics*, vol 22(4), pp 515-531, 1997.
- [12] Dagum C., « Fondements de bien-être social et décomposition des mesures d'inégalité dans la répartition du revenu », *Economie Appliquée*, Tome L1, n°4, pp 151-202, 1998.
- [13] Dagum C., Mussard S., Seyte F. et Terraza M., *Programme pour la décomposition de l'indicateur de Gini*, <http://www.lameta.univ-montp1.fr/online/gini.html>, 2003.
- [14] Deutsch J. et Silber J. (1999), « Inequality Decomposition by Population Subgroups and the Analysis of Interdistributional Inequality » dans Silber J. (ed.), *Handbook of Income Inequality Measurement*, Kluwer Academic Publishers, pp 163-186.
- [15] Gini C., « Variabilità e mutabilità », *Memori di Metodologia Statistica*, Vol. 1, *Variabilità e Concentrazione*. Libreria Eredi Virgilio Veschi, Rome, pp 211-382, 1912.
- [16] Gini C., *L'Ammontare e la composizione della ricchezza delle nazione*, Bocca, Torino, 1914.
- [17] Gini C., « Il concetto di transvariazione e le sue prime applicazioni », *Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica*, dans Gini C. (ed.) (1959), pp 21-44, 1916.
- [18] Gini C., « Measurement of Inequality of Incomes », *Economic Journal*, pp 124-126, 1921.
- [19] Koubi M., « Les trajectoires professionnelles : une analyse par cohorte », *Economie et Statistique*, n° 369-370, pp 119-147, 2004.
- [20] Lorenz M. O., « Methods for Measuring Concentration of Wealth », *Journal of the American Statistical Association*, vol 70, pp 209-219, 1905.
- [21] Pareto V., « *Ecrits sur la courbe de la répartition de la richesse*, 1896, Œuvres complètes de Vilfredo Pareto publiées sous la direction de Giovanni Busino. Genève : Librairie Droz, 1965.
- [22] Pyatt G., « On the Interpretation and Disaggregation of Gini Coefficients », *Economic Journal*, vol 86 : pp 243-25, 1976.

- [23] Rao V.M., « Two Decompositions of Concentration Ratio », *Journal of the Royal Statistical Society, Séries A* 132, pp 418-425, 1969.
- [24] Shorrocks A. F., « The Class of Additively Decomposable Inequality Measures », *Econometrica*, vol 48, pp 613-625, 1980.
- [25] Silber J., « Factor Components, Population Subgroups and the Computation of the Gini Index of Inequality », *Review of Economics and Statistics*, vol 71, pp 107-115, 1989.
- [26] Singh S. K., Maddala G. S., « A Function for Size Distribution of Income », *Econometrica*, vol 25(4), pp 568-590, 1976.
- [27] Theil H., *Economics and Information Theory*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1967.

